TD d'introduction

Exercice 1.

Soit $f : x \mapsto \sqrt{1-x^2}$ et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

1) Quel est l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f ?

2) **a)** Représenter graphiquement f sur $\mathscr{D}_f$ et conjecturer la nature géométrique de $\mathscr{C}_f$.

b) Soit $M(x_M\,;y_M)$ un point du plan. Démontrer que $M \in \mathscr{C}_f$ si et seulement si $OM = 1$ et $x_M \in \mathscr{D}_f$.

c) En déduire la nature exacte de $\mathscr{C}_f$.

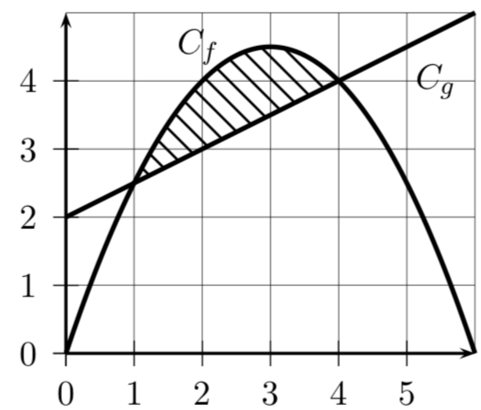
3) On considère $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

a) Pourquoi cette intégrale est-elle bien définie ?

b) Déduire des questions précédentes la valeur de I.

4. soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 + 3x$

soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{1}{2}x + 2$



   a. encadrer l'aire hachurée par deux entiers.
   b. donner F et G des primitives respectives de f et g
   c. calculer $\displaystyle\int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx$ comme ci dessus.

   comparer les résultats du a. et du c.

Soient φ et ψ les fonctions définies sur $\mathbb{R}^+$ par :

$$\varphi(x) = \int_0^x t^2 \mathrm{e}^t \, \mathrm{d}t \quad \text{et} \quad \psi(x) = (x^2 - 2x + 2)\mathrm{e}^x.$$

1) **a)** Démontrer que φ et ψ sont deux primitives sur $\mathbb{R}^+$ d'une même fonction f que l'on précisera.

b) En déduire la relation qu'il existe entre φ et ψ.

2) Déterminer la primitive F de f telle que :

a) $F(0) = 0$ **b)** $F(1) = 0$