Université de Rennes

Analyse, Distribution, Fourier

CC2 du 03/11/2025 (durée 45mn)

Les documents ne sont pas autorisés

Nom : **Prénom :** **Gp TD :**

Question de cours. Soient $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ et $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$. Que vaut $(fT)'$ au sens des distributions, en fonction de f, f', T et T' ?

$(fT)' =$

Démontrer la formule.

T.S.V.P. $\Longrightarrow$

Exercice I. On note $H(x) = \mathbb{1}_{[0,+\infty[}(x)$ la fonction de Heavyside.

I.1) Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. Calculer au sens des distributions,

$$\left(\frac{d}{dx} - \lambda\right)\left(e^{\lambda x} H(x)\right) =$$

I.2) Soit $\omega > 0$. Calculer au sens des distributions,

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \omega^2\right)\left(\frac{\sin(\omega x)}{\omega} H(x)\right) =$$

T.S.V.P. $\Longrightarrow$

Exercice II. Soit $a > 0$. Trouver la limite dans $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$, lorsque $a \to 0$, de

$$T_a : x \mapsto \frac{a}{x^2 + a^2}.$$

Exercice III. Soit $\psi \in L^1(\mathbb{R})$ impaire et à support compact. On considère la suite

$$\psi_n(x) = n^2 \psi(nx).$$

III.1) Déterminer la limite de la suite ψ_n dans $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$, pour $\psi(x) = \tan(x)\mathbb{1}_{[-1,1]}(x)$.

T.S.V.P. $\Longrightarrow$

III.2) Déterminer la limite de la suite ψ_n dans $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ dans le cas général $\psi \in L^1(\mathbb{R})$ impaire et à support compact.