

CC1 (10 février 2026)

Durée 45 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom :

Prénom :

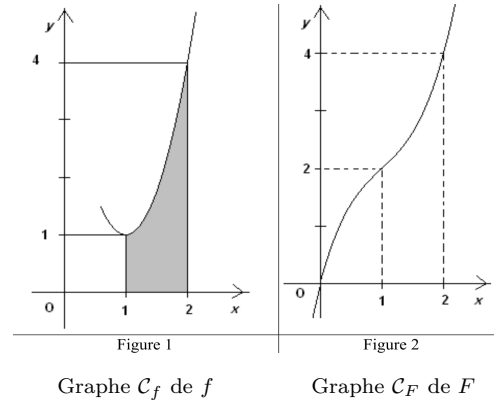
Gp de TD :

Exercice 1. On considère les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dont des morceaux de graphe $\mathcal{C}_f$ (Figure 1) et $\mathcal{C}_F$ (Figure 2) sont représentés ci-contre.

1. Donner ci-dessous les valeurs de $f(1)$, $f(2)$, ainsi que de $F(1)$ et $F(2)$.

$$f(1) = \quad f(2) =$$

$$F(1) = \quad F(2) =$$



2. On note $\mathcal{A}$ l'aire hachurée sur la figure 1. Encadrer $\mathcal{A}$ par deux nombres entiers dont la différence est égale à deux.

$$\leq \mathcal{A} \leq$$

3. Ecrire une formule qui lie le calcul de $\mathcal{A}$ à celui d'une intégrale.

$$\mathcal{A} = \int \quad dx$$

4. On suppose que F représente la primitive de f qui s'annule en 0. Utiliser la figure 2 pour obtenir la valeur exacte de $\mathcal{A}$

$$\mathcal{A} =$$

Exercice 2. Déterminer des primitives F des fonctions f suivantes.

$$f(x) = 2x + 1$$

$$F(x) =$$

$$f(x) = 8x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$F(x) =$$

$$f(x) = \sin x - 2 \cos x$$

$$F(x) =$$

$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$F(x) =$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$F(x) =$$

T. S. V. $\Rightarrow$

Exercice 3. On considère la fonction $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ qui à t associe t . On a $f(t) = t$.

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Décrire la subdivision de $[0, 1]$ en n sous-intervalles de mêmes longueurs.

$$[0, 1] = \bigcup_{k=0}^{n-1} \left[\quad , \quad \right].$$

2. On pose

$$s_n := \sum_{k=0}^{n-1} k = 0 + 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-2) + (n-1).$$

En écrivant la somme s_n sous une autre forme puis en calculant $s_n + s_n$, trouver la formule qui donne s_n en fonction de n . On demande de justifier le résultat en remplissant d'abord les lignes ci-dessous

$$\begin{array}{rcl} s_n & = & 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-2) + (n-1) \\ \oplus s_n & = & \\ \hline 2s_n & = & \end{array}$$

puis en donnant la formule explicite conduisant à s_n .

$$s_n =$$

3. On note $\mathcal{R}_n$ la somme de Riemann (impliquant les valeurs de f à l'extrémité gauche des sous-intervalles) associée à la fonction f et à la subdivision obtenue en question 1. Exprimer $\mathcal{R}_n$ en fonction de s_n .

$$\mathcal{R}_n =$$

4. Identifier la limite lorsque n tend vers $+\infty$ de la suite $(\mathcal{R}_n)_n$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{R}_n =$$

5. Vérifier ce résultat en utilisant une intégrale puis une primitive.